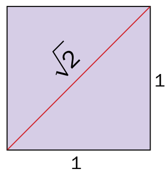
1 Los números

Para empezar

Al comienzo los hombres solo aceptaban los números naturales: 1, 2, 3, etcétera. Uno puede tener 2 hijos, 4 perros o 9 lápices, pero no tiene sentido hablar de 2,5 hijos ni de 4 perros y tres cuartos.



Al medir magnitudes como el peso o la longitud, las fracciones se hicieron imprescindibles; ellas son cocientes o razones de números enteros.

Los pitagóricos descubrieron otro número, $\sqrt{2}$, que es lo que mide la diagonal de un cuadrado de lado 1, y no se lo puede expresar como un cociente o razón de números enteros; es un número irracional.

Los griegos no aceptaban que hubiera números menores que el cero. Pero, …una deuda es menos que nada. Esos números se denominan negativos, lo que proviene de la palabra negar, que se relaciona con la negativa de los griegos a aceptar la existencia de estos números.

Fuente: Isaac Asimov, De los números y su historia.

¿Conoces otros números irracionales? Escríbelos aquí:

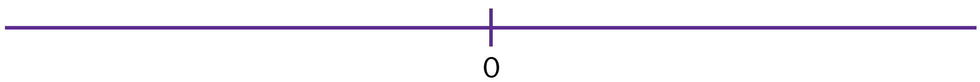
____

LOS NÚMEROS REALES

1 **a.** Coloca una cruz en la casilla cuando corresponda.

	2	–3	$\frac{1}{4}$	π	3,14	$\sqrt{9}$
$\mathbb{N}$						
$\mathbb{Z}$						
$\mathbb{Q}$						
$\mathbb{I}$						

b. Ubica en la recta numérica los números de la tabla anterior.



2. Señala con un ✓ las afirmaciones verdaderas.

- [ ] Los números racionales son números reales.
- [ ] Los números irracionales no son reales.
- [ ] El conjunto de los números reales está formado por el de los racionales y el de los irracionales.
- [ ] Los números enteros son reales.

3. Ordena de menor a mayor los siguientes números reales.

$\frac{3}{7}$ 0,313311333111... 2,25 $\sqrt{1,44}$ –2,252525...

4 Considera la siguiente desigualdad: $3 < x < 5$.

a. ¿Es posible que *x* sea natural?

b. ¿Es posible que *x* sea entero negativo?

c. ¿Es posible que *x* sea un racional no entero?

d. ¿Es posible que *x* sea irracional?

En los casos en que sí sea posible, da un ejemplo para el número *x*.

5 Encuentra la regla que pudo usarse para inventar estos números irracionales y escribe las cinco cifras decimales que siguen.

a. 1,234567891011......

b. 1,01001000100001....

c. 0,1212212221....

d. 1,21221222122221....

e. 5,101520253035.....

f. 0,248163264128....

g. 0,1491625364964....

h. 0,182764125216....

6 Cuando sea posible, escribe lo que se pide; cuando no lo sea, explica por qué.

a. Un número racional comprendido entre $\frac{13}{5}$ y $\frac{18}{4}$.

b. Un número racional comprendido entre 0,96 y 0,97.

c. Un número irracional comprendido entre $\sqrt{2}$ y $\sqrt{5}$.

d. El menor racional mayor que 1.

APROXIMACIONES

7 Desde la invención de la rueda en el período Neolítico hasta que en 1766 Lambert lo nombró irracional, el número π ha ocupado un lugar en la historia. Te presentamos algunas de las diferentes aproximaciones que se han dado del número a lo largo de la historia:

	Año	Valor
Egipto	2000 a.C.	3,1605
China	1200 a.C.	3
La Biblia	550 a.C.	3
Tsu Chun-Chi	500 a.C.	$3{,}1415926 < \pi < 3{,}1415929$
Arquímedes	300 a.C.	$3{,}14084 < \pi < 3{,}142857$
Ptolomeo	200 a.C.	$\frac{377}{120}$
Aryabhata	500 a.C.	3,1416
Bramaghupta	600 a.C.	$\sqrt{10}$
Fibonacci	1220	3,141818

Ordena de menor a mayor las aproximaciones de π que aparecen en la tabla.

8 Hay algunos números irracionales tan famosos como el número π. Uno de ellos es el llamado **número de oro** o de Fidias, representado con la letra griega ϕ (fi) y cuyo valor redondeado a los centésimos es 1,62.

Este número remite a lo que los renacentistas llamaron *la divina proporción*: en una construcción armoniosa, como la del Partenón griego, la relación entre el lado mayor y el menor del rectángulo en el que se encuadra el frente vale aproximadamente ϕ.

Halla con tu calculadora el valor aproximado de ϕ con 8 decimales.

$$\phi = \frac{1+\sqrt{5}}{2} = \_\_\_\_\_\_\_\_$$

9 Estos son los primeros ocho términos de la sucesión de Fibonacci:

1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, …

El tercer término, 2, es la suma de los dos anteriores; el cuarto término, 3, también resulta de la suma de los dos que le preceden, y así todos los demás.

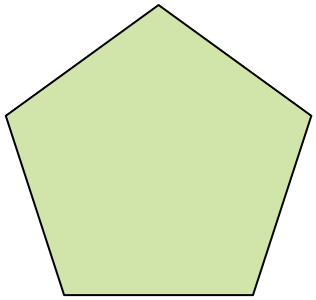
Lo curioso de esta sucesión es que el cociente entre dos términos consecutivos bastante grandes se acerca a la **razón áurea** o **número de oro**, y se estará más cerca cuanto más grandes sean los términos:

$$\frac{1}{1}; \frac{2}{1}; \frac{3}{2}; \frac{5}{3}; \frac{8}{5}; \ldots$$

a. Averigua cuáles son los términos que ocupan los lugares 9.° al 20.° en la sucesión.

b. Halla las razones entre los pares de términos consecutivos que averiguaste (el mayor dividido el menor) y compáralas con el número de oro.

10 **a.** Traza todas las diagonales de este pentágono regular. ¿Qué figura se formó?



b. Mide un lado y una diagonal, y comprueba que la razón entre estos dos valores, el mayor dividido por el menor, da una aproximación muy cercana al número de oro.

11 Redondea y trunca el número 35,5428 a los milésimos. ¿En cuál de las dos aproximaciones la diferencia con el número original es mayor?

12 Aproxima a los centésimos por redondeo y truncamiento.

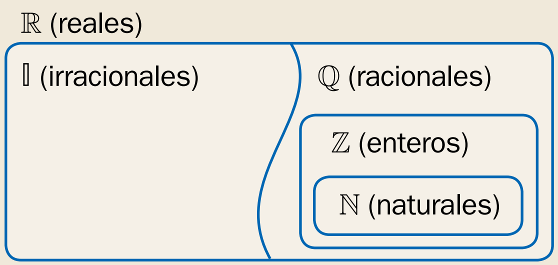
a. 24,1587 **c.** 24,9215 **e.** 24,1617

b. 24,1507 **d.** 24,1582 **f.** 24,1627

Para recordar

Los números reales

El conjunto de los números reales está formado por el conjunto de los números racionales y el conjunto de los números irracionales. Dentro de los números racionales está el conjunto de los números enteros, y dentro de este el de los números naturales.



$\frac{1}{3} \in \mathbb{Q}$ $\qquad \pi \in \mathbb{I}$

$\frac{1}{3}$ y π son números reales.

Los racionales se pueden escribir como fracción y los irracionales no.

Intervalos en la recta numérica

Un intervalo es un subconjunto de números reales, y se representa en la recta numérica por un segmento (con o sin extremos) o una semirrecta (con o sin origen).

$[a; b] = \{x \in R \,/\, a \leq x \leq b\}$

$[a; b) = \{x \in R \,/\, a \leq x < b\}$

$(a; b] = \{x \in R \,/\, a < x \leq b\}$

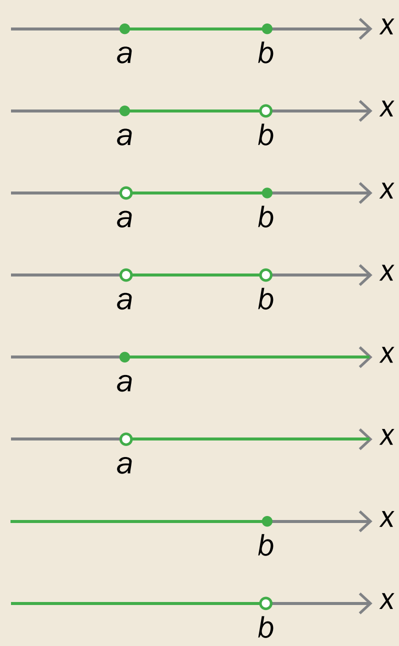
$(a; b) = \{x \in R \,/\, a < x < b\}$

$[a; +\infty) = \{x \in R \,/\, x \geq a\}$

$[a; +\infty) = \{x \in R \,/\, x > a\}$

$(-\infty; b] = \{x \in R \,/\, x \leq b\}$

$(-\infty; b) = \{x \in R \,/\, x < b\}$

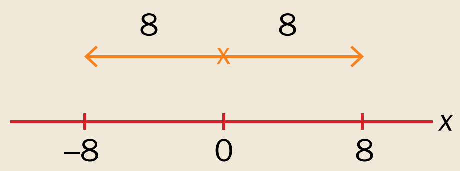


Otros intervalos: $(0; +\infty) = R^+$

$(-\infty; +\infty) = R$

Módulo o valor absoluto

El valor absoluto o módulo de un número real es la distancia entre el número y el 0. Por eso es un número no negativo.



$|-8| = |8| = 8$

Aproximaciones

Truncamiento: si se quiere truncar a un cierto orden se eliminan las cifras que siguen a ese orden, sin importar su valor.

$1{,}91587 \cong 1{,}915$ → truncado a los milésimos

Redondeo: si se quiere redondear a un cierto orden hay que observar la cifra que sigue a ese orden; si es mayor o igual que 5, se aumenta en 1 la cifra del orden a redondear y se eliminan las posteriores; si es menor que 5 se eliminan las cifras que siguen a ese orden.

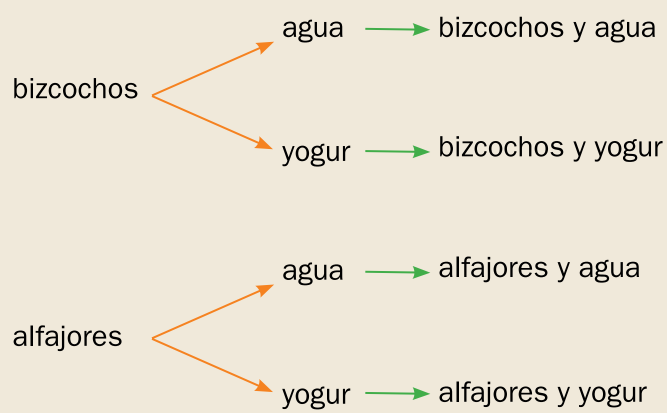
$1{,}91587 \cong 1{,}916$ → redondeado a los milésimos

Las aproximaciones pueden ser por exceso: el número aproximado resulta mayor que el inicial o por defecto, si la aproximación es menor.

Estrategias para contar

Un diagrama de árbol es útil para ordenar la información de un problema de conteo.

Todos los días Clara debe llevar merienda a la escuela. Puede elegir entre bizcochos o alfajores y agua o yogur. ¿Cuántas meriendas distintas de comida y bebida puede armar?



Puede armar 4 meriendas distintas.

29 Investiga si son verdaderas o falsas las siguientes afirmaciones.

a. $25 \in \mathrm{Q}$

b. $\frac{3}{5} \in \mathrm{I}$

c. $\sqrt{81} \in \mathrm{I}$

d. $\sqrt{\frac{25}{4}} \in \mathrm{Q}$

e. $\sqrt{7} \in \mathrm{I}$

30 Encuentra la regla que pudo usarse para formar los siguientes irracionales.

a. 2,525522555222555552222…

b. 2,5252252225222…

31 Escribe a qué conjuntos numéricos pertenecen estos números; luego represéntalos en la recta numérica.

-6 $\qquad \sqrt{36}$ $\qquad \frac{1}{2}$ $\qquad \sqrt{\frac{16}{9}}$ $\qquad 5$

32 Indica si son verdaderas o falsas las siguientes afirmaciones.

a. El número 8 es racional.

b. π es un número racional.

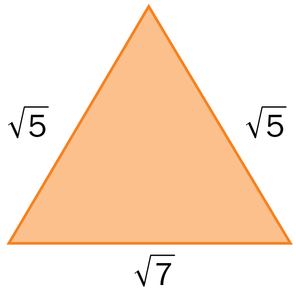
c. El cuadrado de 0,1 es mayor que 0,11.

d. $-2^2 = 2^2$

e. Todo número negativo es entero.

f. El único número mayor que 2,4 y mayor que 2,6 es 2,5.

33 Calcula el perímetro de la figura y aproxima el resultado por redondeo y por truncamiento a los centésimos.



34 Redondea y trunca a los milésimos el número 5,24619.

35 El número *e* es conocido como el número de Neper pero debe su nombre a Leonhard Euler. La calculadora muestra el siguiente valor para *e*: 2,718281828.

a. Investiga si se trata de un número racional o irracional.

b. Escribe una aproximación a los centésimos por truncamiento y por redondeo.

36 Escribe con notación de intervalos.

a. $3 < x < 10$

b. $x \leq 7$

c. $-4 < x \leq 5$

d. $x > 10$

e. $3 < x \leq 8$

f. $-1 \leq x \leq 5$

37 Representa en la recta real los siguientes intervalos.

a. $(-4; 8]$

b. $[3; 5)$

c. $[-2; 0]$

d. $[2; +\infty)$

e. $(-\infty; 2)$

f. $(-\infty; 2]$

38 Escribe en cada caso todos los números reales x que cumplan las condiciones pedidas.

a. $|x| = 5{,}1$

b. $|x| + 1 = 7{,}3$

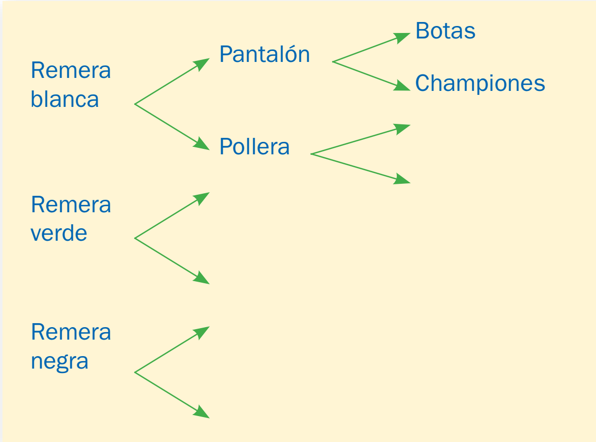
c. $|x| \leq 2$ y x es entero

39 Carlos arma números de tres cifras (iguales o distintos)

a. ¿Cuántos puede formar si solo puede usar el 3, el 4 o el 7?

b. ¿Cuántos números de tres cifras mayores que 450 puede formar con esos mismos números?

40 Camila se va de viaje; lleva un par de championes y un par de botas, tres remeras (una blanca, una verde y una negra), un pantalón y una pollera.



a. En tu cuaderno arma y completa un diagrama de árbol como este, en el que se muestran todas las formas en que puede vestirse.

b. ¿Cuántas combinaciones diferentes puede hacer?

Autoevaluación

1 Ordena de menor a mayor los siguientes números reales.

$-2 \qquad \frac{1}{2} \qquad \sqrt{25} \qquad 0{,}75 \qquad \sqrt{7} \qquad -\sqrt{81} \qquad -1{,}22 \qquad \frac{13}{4} \qquad \frac{2}{3}$

2 Escribe la aproximación por redondeo y por truncamiento a los centésimos del número $\sqrt{11}$. ¿Cuál de ellas resulta una aproximación por exceso?

3 Escribe con notación de intervalos y representa en la recta numérica el conjunto $\{x \in R \,/\, |x| < 3\}$.